

Title	Borelノ意味ノ除外値ト漸近値
Author(s)	津村, 善郎
Citation	全国紙上数学談話会. 86 p.1-p.3
Issue Date	1936-04-17
oaire:version	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/74305">https://doi.org/10.18910/74305</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

### 380. Borelノ意味ノ例外値ト漸近値

津村善郎(東大)

詰マラスコトデスガ、Borelノ意味ノ例外値が漸近値  
ニナラス例ヲ作ツテ見タイト思ヒマス。此ノ函数ハ order  
が任意ニ作れます。之レハ勿論 Nevanlinnaノ意味デ例  
外値ニナリマセン、即チ défiant が 0 デス。Borelノ意  
味ノ例外値デ défiantノ 0 トナル例ヲイクラデモ示シ得ル  
コトハ Valironノ既ニ述ベテキル所デス。以下 Valiron  
ノ Lectures on the general theory of integral  
funct.ノ記号ニ従ツテ

$$f(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_n z^n + \dots$$

ヲ整函数トシ

$$M(r) = \max_{|z|=r} |f(z)|$$

$$m(r) = \max |a_n| r^n$$

トスレバ

Lemma 1. (Valiron) 有限次ノ整函数ニ對シテハ、充分  
大キナ  $r = r_0$  對シテ

$$m(r) < M(r) \leq m(r) r^k$$

之カラ直チニ次ノコトが出テ來マス。

Lemma 2.  $f(z)$ ノ order が  $\rho$  ナルタメノ必要且充分  
ノ條件ハ、任意ノ  $\varepsilon > 0$  對シ

$$\overline{\lim} n^{\frac{1}{p} + \varepsilon} |a_n|^{\frac{1}{n}} = \infty$$

$$\lim n^{\frac{1}{p} - \varepsilon} |a_n|^{\frac{1}{n}} = 0$$

(例へば Bieberbach; Lehrbuch der Funkt. Bd. II)

次ノ如キ函数ヲ作ツテ見マス。(例へば order  $\gamma$  1 トシテ)

$$g(z) = \sum_{\lambda=1}^{\infty} \left( \frac{z}{n_{\lambda}} \right)^{n_{\lambda}} \quad n_{\lambda+1} = n_{\lambda}^3, \quad n_1 = 2$$

之レハ Lemma 2 ヨリ order 1. 又 Lemma 1 ヨリ

$$(1) \quad \frac{n_{\lambda}}{e} < r < n_{\lambda}$$

= 對シテハ

$$(2) \quad |g(z)| < e^{r^{\frac{1}{3} + \varepsilon}}$$

又  $h(z)$   $\gamma$  order  $\frac{2}{5}$  ( $\frac{1}{3} < \frac{2}{5} < \frac{1}{2}$ ) ノ整函数ニテソ

ノ零點ガ

$$\frac{n_{\lambda}}{e} - 1 < |z| < n_{\lambda} + 1$$

ナル anneaux, suite, 中ニテイ様ニ作リマスト、

Wiman ノ定理, 正確ナ形ヨリ, (1) ナル anneaux, suite  
ノ中デハ

$$(3) \quad |h(z)| > e^{r^{\frac{2}{5} - \varepsilon}}$$

ヨリテ (2) ト (3) ヨリ (1) ノ中デハ

$$f(z) \equiv \frac{g(z)}{h(z)}$$

ハ *uniformément* = 0 = 収斂シマス。  $f(z)$  , *pole* ,  
*ordre réel* ハ  $2/5$  デスカラ、  $f(z)$  ハ 求メル函数デア  
リマス。

整函数 (*order*  $< +\infty$ ) , *Borel* , 例外値ハ漸近値=  
ナルコトハ既ニ証明済ミデアリマス。